УДК 330.46 doi: 10.20998/2519-4461.2022.2.38

О. С. МЕЛЬНИКОВ

СТРАТЕГІЇ ДИНАМІЧНОГО ЦІНОУТВОРЕННЯ ПРИ УПРАВЛІННІ ЗБУТОМ ДИСКРЕТНИХ ТОВАРІВ З ОБМЕЖЕНИМ ТЕРМІНОМ РЕАЛІЗАЦІЇ

Предметом дослідження є розробка стратегії динамічного управління цінами під час продажу товарів з обмеженим терміном реалізації. Розглянуто випадок збуту дискретних товарів неоднорідним споживачам, які потребують не більш ніж одиницю реалізованого товару і мають незалежні однаково розподілені оцінки його споживчої цінності. Така структура попиту дозволяє описати стратегію оптимального управління цінами за допомогою простої системи рекурентних рівнянь, для якої в окремих випадках можна знайти аналітичне рішення. Для загального випадку розроблено чисельний алгоритм пошуку оптимального рішення у формі закону зі зворотним зв'язком як функції від часу та рівня залишків нереалізованої продукції. Показано, що оптимальні ціни є спадними функціями від обох цих факторів. Ці дві властивості разом із випадковим характером збуту продукції зумовлюють досить складну динаміку спостережуваних цін, приклади якої наводяться у роботі. Зокрема, показано, що хоча в середньому очікується зниження цін наприкінці терміну реалізації, в окремих випадках ціни можуть зростати і взагалі змінюватися досить хаотично. Запропонована стратегія зіставлена з політикою фіксованих цін, оптимізація яких за умов моделі також є нетривіальним завданням. Результати зіставлення свідчать про високу економічну ефективність стратегії динамічного регулювання цін, особливо у випадках, коли залишається обмаль часу до закінчення терміну реалізації продукції. Показано, що загальний процес збуту продукції можна описати як керований марковський процес. Це дає можливість розрахувати будь-які чисельні показники очікуваних фінансових результатів залежно від параметрів моделі. На основі аналізу результатів чисельного моделювання запропоновані також прості евристики для управління збутом в умовах неповної інформації.

Ключові слова: управління збутом; динамічне ціноутворення; цінова дискримінація; марковський процес; оптимальне управління; динамічне програмування; метод зворотної індукції

O. S. MELNIKOV

DYNAMIC PRICING STRATEGIES IN SALES MANAGEMENT OF DISCRETE PRODUCTS WITH A LIMITED LIFETIME

The paper is devoted to the development of a dynamic pricing strategy for the sale of goods with a limited shelf life. The case of sales of discrete goods to heterogeneous consumers who have at most a unit demand for sold goods and independent identically distributed estimates of its consumer value is considered. Such a structure of demand makes it possible to describe the optimal pricing strategy using a simple system of recursive equations, for which, in some cases, an analytical solution can be found. For the general case, a numerical algorithm has been developed for finding the optimal solution in the form of a feedback loop with time and the remaining stocks of unsold products as state variables. It is shown that optimal prices are non-increasing functions of both of these factors. These two properties, combined with the random nature of product sales, determine the rather complex dynamics of observed prices, examples of which are given in the paper. In particular, it is shown that although, on average, prices can be expected to decrease towards the end of the sales period, in some cases prices can increase and generally change quite chaotically. The proposed strategy is compared with the policy of fixed prices, the optimization of which under the conditions of the model is also a non-trivial task. The results of the comparison indicate the high economic efficiency of the dynamic price adjustment strategy, especially in cases when the product sold nears the end of its lifetime. It is shown that the general process of product sales can be represented as a controlled Markov process. This makes it possible to calculate any numerical characteristics of seller's expected financial results depending on the model parameters. Based on the analysis of the results of numerical simulation, simple heuristics for sales management under conditions of incomplete information are also proposed.

Keywords: sales management; dynamic pricing; price discrimination; Markov process; optimal control; dynamic programming; backward induction

Вступ. Розвиток електронної комерції активізував інтерес до використання динамічного ціноутворення під час управління збутом. У широкому сенсі під динамічним ціноутворенням розуміють політику гнучкої зміни цін на товар залежно від мінливих умов ринку. Чинниками, що впливають на ціну товару, можуть виступати сезонність, час доби, несподівана зміна попиту, кількість нереалізованої продукції, дії конкурентів тощо. Динамічне ціноутворення є однією з форм цінової дискримінації, коли різні покупці платять різні ціни за той самий товар.

Слід зазначити, що динамічне ціноутворення було стандартною практикою торгівлі протягом більшої частини історії людства. Традиційно продажна ціна встановлювалася в результаті переговорів між продавцем і покупцем, як це практикується на ринках і сьогодні, особливо у східних країнах. Такі переговори займають багато часу та вимагають високої кваліфікації продавця. З появою наприкінці XIX століття великих торгових мереж, касових апаратів, фабричних розфасувань тощо подібна практика стала неефективною і поширення набула політика уніфікованих цін. Цьому ж сприяло і ухвалення у низці країн законів, спрямованих проти цінової дискримінації (наприклад, закон Робінсона–Петмена 1936 року в США [1]).

Розвиток інформаційних технологій, зокрема, автоматизованих торгівельних систем привів до відродження динамічного ціноутворення, чому сприяла також хвиля лібералізації ринків у 80-90-х роках минулого століття. У сучасних системах управління збутом роль продавця часто виконує комп'ютерна програма. Особливу популярність стратегії динамічного ціноутворення набули при продажі авіаквитків, де ціна на той самий маршрут може варіюватися в десятки разів залежно від сезону, часу до вильоту рейсу, умов бронювання та інших факторів. Тому дослідження механізмів оперативного регулювання цін для управління збутом і їх впливу на економічні результати діяльності підприємства є актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Найперше стратегію динамічного управління цінами під час збуту продукції було розглянуто з математичної точки зору в роботі [2]. В роботі [3] розглядалась задача реалізації неподільного товару для випадку однорідних споживачів з невідомою для продавця функцією попиту, яку він поступово вивчав, змінюючи ціни. Було показано, що оптимальною для продавця є політика поступового зниження цін, тобто практика, що відома в маркетингу як «зняття вершків». Роботи [4], [5] були присвячені емпіричному дослідженню застосування гнучких цін в роздрібній торгівлі в США.

Мабуть, найвпливовішим дослідженням з даної тематики є робота Галего та Ван Райзіна [6]. В ній попит на продукцію, що реалізується, моделювався як безперервний Пуасонівський процес з інтенсивністю, яка залежить від продажної ціни. Для пошуку оптимального управління використовувались методи варіаційного числення. Автори отримали аналітичне рішення для експоненційної функції попиту і встановили деякі властивості оптимальної цінової політики для більш загального випадку. Проте, в реальній комерційній практиці зміна цін на безперервній основі навряд чи можлива. Існує багато модифікацій моделі Галего – Ван Райзіна, в яких розглядаються обмеження на множину прийнятних цін [7], нестаціонарний попит [8] тощо. Детальний огляд цих досліджень міститься в [9].

Іншим важливим напрямком досліджень є врахування можливості стратегічної поведінки з боку споживачів. Значною мірою ця тема мотивована класичною працею Нобелевського лауреата Рональда Коаса [10], в якій було поставлено під сумнів ефективність політики «зняття вершків». За думкою Коаса, раціональні споживачі передбачать майбутнє зниження цін і почекають із рішенням про покупку товару, що у свою чергу примусить продавця негайно знизити ціни навіть в умовах монополії. Ролі очікувань у моделюванні поведінки споживачів і управлінні збутом присвячені роботи [11]–[13].

Багато нещодавніх досліджень з даної проблематики присвячені застосуванню алгоритмів машинного навчання для оцінки інтенсивності потоку споживачів і впливу цін на ймовірність здійснення покупки [14], [15].

Проте, багато аспектів загальної проблеми динамічного ціноутворення залишаються невирішеними. Зокрема, викликають інтерес такі питання, як:

– якісна характеристика властивостей цінової політики при управлінні збутом на фіксованому інтервалі часу;

– оцінка економічної ефективності стратегій динамічного ціноутворення порівняно зі стратегіями фіксованих цін;

– прості евристики для регулювання цін, які не потребують обробки значної кількості важко отримуваної інформації.

Метою роботи є розробка моделі динамічного адаптивного ціноутворення при реалізації товарів з обмеженим часом життя та дискретним попитом, коли кожен індивідуальний споживач зацікавлений у споживанні не більше однієї одиниці товару. Типовим прикладом подібної задачі є вищезгаданий продаж авіаквитків, коли необхідно реалізувати фіксовану кількість місць у салоні до терміну вильоту рейсу. Аналогічні ситуації виникають під час продажу номерів у готелях, квитків на концерти та спортивні заходи, швидкопсувних товарів тощо. Простий характер попиту дозволяє в окремих випадках отримати аналітичне рішення для оптимальної цінової політики, а також охарактеризувати її властивості за допомогою простих евристик.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо спершу задачу продажу неподільного товару (наприклад, об'єкта нерухомості) на обмеженому, заздалегідь визначеному інтервалі часу T. У кожному періоді часу t продавець взаємодіє з одним потенційним покупцем. Позначимо його резервовану ціну (тобто максимальну ціну, яку покупець згоден заплатити за товар) через r_t.

В кожному періоді продавець встановлює ціну p_t. Якщо $p_t \le r_t$, то споживач купує товар, і продавець отримує дохід, рівний p_t. В іншому випадку товар залишається непроданим, і ми переходимо до наступного періоду. Якщо товар не вдалося реалізувати за T періодів, то дохід продавця приймемо рівним нулю. Вважатимемо r_t незалежними однаково розподіленими випадковими величинами із кумулятивним законом розподілу $F(x)$. Для компактності запису, введемо також позначення для доповнення до закону розподілу: $Q(x) = 1-F(x) = \Pi\{r_t > x\}$. Задача полягає у визначенні послідовності цін, яка принесе продавцеві максимальний очікуваний дохід.

Для вирішення цієї задачі скористуємось методом зворотної індукції [16], згідно з яким задача вирішується «з кінця». Позначимо через V_t максимальний очікуваний дохід продавця в періоді t, якщо на цей момент товар ще не був реалізований. За умовою задачі $V_{T+1} = 0$. Для останнього моменту часу маємо:

$$V_T = \max_{p_T}\left[p_T \mathrm{P}\{r_T > p_T\}\right] = \max_{p_T}\left[p_T Q(p_T)\right]. \quad (1)$$

Вирішивши задачу (1), отримаємо оптимальну ціну та очікуваний виграш продавця в останньому періоді.

Знаючи оптимальну політику продавця в останньому періоді, ми можемо сформулювати його завдання оптимізації в передостанньому періоді. При встановленні ціни p_{T-1} можливі два результати:

1) товар буде продано, і продавець отримає дохід p_{T-1}. Імовірність цього результату дорівнює $Q(p_{T-1})$;

2) товар не буде проданий з комплементарною ймовірністю $1-Q(p_{T-1})$. Тоді продавець опиниться в умовах задачі (1), для якої ми вже знайшли оптимальне рішення.

Таким чином, отримуємо рівняння

$$\begin{aligned} V_{T-1} &= \max_{p_{T-1}}\left[p_{T-1}Q(p_{T-1}) + V_T(1-Q(p_{T-1}))\right] \\ &= \max_{p_{T-1}}\left[V_T + (p_{T-1} - V_T)Q(p_{T-1})\right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Вирішивши це рівняння, знайдемо оптимальні ціни та очікуваний дохід продавця для передостаннього періоду.

Розмірковуючи в такий спосіб, отримаємо розв'язання задачі для довільного періоду часу. Воно визначиться як рішення рівняння

$$V_t = \max_{p_t}\left[V_{t+1} + (p_t - V_{t+1})Q(p_t)\right]. \quad (3)$$

Твердження. Рішення рівняння (3) є спадною функцією від часу: $p_t^* \geq p_{t+1}^* \, \forall t \in \{1,...,T\}$.

Доказ. Якщо в рівнянні (3) встановити $p_t = V_{t+1}$, отримаємо $V_t = V_{t+1}$. Оскільки $p_t = V_{t+1}$ не обов’язково є оптимальним для (3), то $V_t \geq V_{t+1}$. З цього також автоматично випливає, що $p_t \geq V_{t+1}$, адже $Q(p_t) \geq 0 \; \forall p_t$.

За оптимальністю

$$V_t = V_{t+1} + (p_t^* - V_{t+1})Q(p_t^*) > V_{t+1} + (p_{t+1}^* - V_{t+1})Q(p_{t+1}^*).$$

Після перегрупування доданків одержимо

$$p_t^* Q(p_t^*) - p_{t+1}^* Q(p_{t+1}^*) > V_{t+1}(Q(p_t^*) - Q(p_{t+1}^*))$$

Припустимо, що $p_{t+1}^* > p_t^*$. Тоді $Q(p_{t+1}^*) > Q(p_t^*)$ і вираз у правій частині цієї нерівності буде позитивним. З іншого боку, для виразу в лівій частині нерівності маємо

$$\begin{aligned} p_t^* Q(p_t^*) - p_{t+1}^* Q(p_{t+1}^*) &< p_t^* Q(p_{t+1}^*) - p_{t+1}^* Q(p_{t+1}^*) \\ &= Q(p_{t+1}^*)(p_t^* - p_{t+1}^*) < 0. \end{aligned}$$

Отже, отримаємо протиріччя і твердження доведено ■.

В якості прикладу розглянемо окремий випадок стандартного рівномірного розподілу резервованих цін споживачів $r_t \sim U(0,1)$. В цьому випадку $Q(x) = 1-x$ для $0 \leq x \leq 1$ і рівняння спрощується до

$$V_t = \max_{p_t}[p_t(1-p_t) + V_{t+1}p_t]. \quad (4)$$

Умови оптимальності першого порядку для задачі (4) мають вигляд

$$\frac{dV_t}{dp_t} = 1 - 2p_t + V_{t+1} = 0, \quad (5)$$

звідки знаходимо

$$p_t^* = \frac{1+V_{t+1}}{2}; V_t = \left(\frac{1+V_{t+1}}{2}\right)^2 = \left(p_t^*\right)^2 \quad (6)$$

або

$$p_t^* = \frac{1+(p_{t+1}^*)^2}{2}, \quad (7)$$

де $p_{T+1} = 0$.

Легко перевірити, що із зростанням часу, що залишається до останнього періоду, як ціни, так і очікуваний дохід продавця монотонно наближуються до одиниці, тобто максимальної можливої ціни.

Узагальнимо розглянуту вище задачу для випадку, коли у продавця є для реалізації M одиниць однорідного товару. Решту припущень залишимо без зміни.

Зрозуміло, що чим менше продукції, тим легше її реалізувати протягом визначеного періоду часу. Тому ціна продукції у кожному періоді має залежати не тільки від часу, але й від кількості нереалізованої продукції, яку позначимо через $x_t \in \mathrm{N}$. Відповідно, будемо шукати оптимальне управління у формі закону зі зворотним зв'язком $p_t(x_t)$. Очікуваний дохід продавця позначимо через $V_t(x_t)$.

Як і раніше, будемо вважати, що залишкова вартість нереалізованої за T періодів продукції дорівнює нулю, тобто $V_{T+1}(x) = 0$ для любого цілого $x>0$. Зауважимо також, що рівняння (3) задає політику оптимальних цін для цієї задачі для окремого випадку $x=1$.

Згідно з припущеннями, в останньому періоді у продавця може бути лише один покупець. Отже, він не зможе продати більше однієї одиниці товару незалежно від залишків нереалізованої продукції. Таким чином, для останнього періоду задача нічим не відрізняється від розглянутого вище випадку продажу неподільного товару.

Перейдемо до передостаннього періоду. Відзначимо, що для $x_{T-1} = 1$ задача вже вирішена. Якщо $x_{T-1} = 2$, то існують два варіанти розвитку подій:

1) якщо товар не вдасться продати за встановленою ціною, то в поточному періоді продавець отримує нульовий дохід і переходить до останнього періоду із залишком продукції $x_T = 2$;

2) якщо ж товар буде продано, то в поточному періоді продавець отримує дохід $p_{T-1}(2)$ і переходить до останнього періоду із залишком продукції $x_T = 1$.

Складемо рівняння для очікуваного доходу продавця:

$$\begin{aligned} V_{T-1}(2) &= \max_p\left[(p + V_T(1))Q(P) + V_T(2)(1-Q(p))\right] \\ &= \max_p\left[V_T(2) + (p + V_T(1) - V_T(2))Q(P)\right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Максимізувавши останній вираз, знайдемо оптимальну ціну $p_{T-1}^*(2)$ і очікуваний дохід $V_{T-1}(2)$.

Для $x_{T-1} > 2$ задача збігається з випадком $x_{T-1} = 2$, бо відповідно до зроблених припущень продавець не зможе реалізувати більше двох одиниць продукції за два періоди, що залишилися.

Розмірковуючи аналогічно, отримаємо рекурсивне рівняння для довільного періоду часу t:

$$V_{t-1}(x) = \max_p\left[V_t(x) + (p + V_t(x-1) - V_t(x))Q(p)\right]. \quad (9)$$

Звідси знайдемо оптимальні ціни і очікувані доходи продавця для всіх можливих значень x та t.

Як і раніше, проілюструємо рішення задачі оптимального управління цінами для окремого випадку r_t~U(0,1). В цьому припущенні рівняння спрощуються до:

$$V_{t-1}(x) = \max_{p}\left[V_t(x)p + (p + V_t(x-1))(1-p)\right]. \qquad (10)$$

Умови оптимальності першого порядку набуватимуть вигляд:

$$\frac{dV_{t-1}(x)}{dp} = V_t(x) + 1 - 2p - V_t(x-1) = 0, \qquad (11)$$

звідки

$$p^*_{t-1}(x) = \frac{1 + V_t(x) - V_t(x-1)}{2}. \qquad (12)$$

Після підстановки $V_{T+1} = 0\ \forall x \in \mathrm{N}?V_t(0) = 0\ \forall t$ отримуємо шукану послідовність оптимальних цін.

На рис. 1 зображені траєкторії оптимальних цін в залежності від залишків непроданої продукції і часу, що залишається до закінчення строку реалізації (x_0=5, T=30, r_t~U(0,1)). В загальному випадку для вирішення рівняння слід застосувати методи чисельної оптимізації.

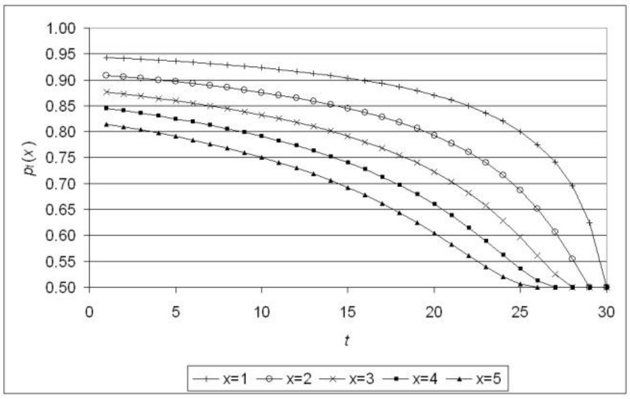

Рис. 1. - Оптимальні ціни в залежності від часу та залишків нереалізованої продукції для випадку r_t~U(0,1).

З рис. 1 можна побачити, що оптимальна цінова стратегія $p^*_t(x)$ є монотонно спадною як за часом t, так і за залишками нереалізованої продукції x. Незалежний спостерігач, який не має інформації щодо x, в кожний момент часу в якості відпускної ціни продукції бачить одне із значень $p^*_t(x)$. При реалізації одиниці продукції відбувається перемикання між оптимальними траєкторіями $p^*_t(x)$ та $p^*_t(x-1)$, в результаті чого спостережувана ціна продукції стрибкоподібно зростає. В результаті з плином часу спостережувані ціни можуть як зменшуватись, так і зростати. Механізм цього процесу проілюстровано на рис. 2, де зображені можливі траєкторії руху цін та залишків нереалізованої продукції, отримані за допомогою імітаційного експерименту.

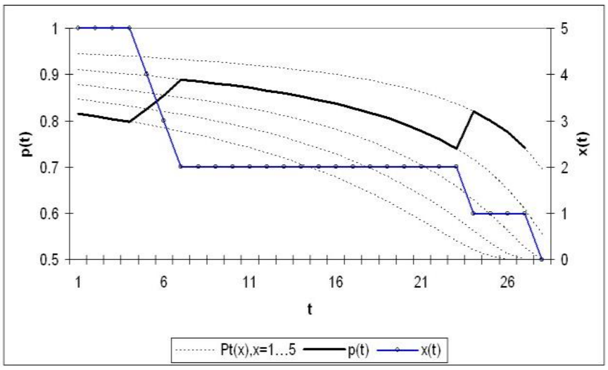

Рис. 2 - Механізм встановлення продажної ціни продукції

На рис. 3 зображено результати декількох імітаційних експериментів, які ілюструють можливу поведінку цін протягом терміну реалізації продукції.

Для оцінки економічного ефекту від застосування запропонованої стратегії, порівняємо очікуваний дохід продавця при фіксованих цінах і при динамічному регулюванні цін згідно з запропонованою схемою. Найпростіше це зробити у розрахунку на одиницю продукції.

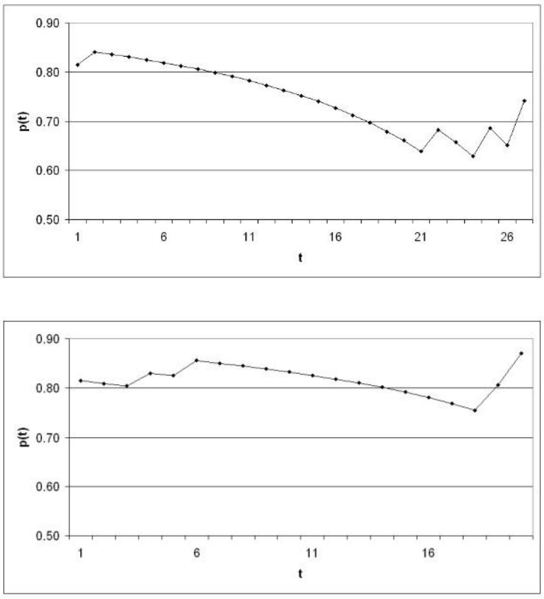

Рис. 3. - Можливі траєкторії цін протягом терміну реалізації продукції.

При фіксованій ціні p ймовірність реалізації одиниці продукції за t періодів часу становить $1-F(p)^t$, а очікуваний дохід продавця складатиме $W(p) = p\times(1-F(p)^t)$. Оптимальна фіксована ціна продукції визначається шляхом оптимізації цього виразу при $t=T$. Для випадку r_t~U(0,1) легко показати, що оптимальна ціна продукції складатиме $(1+T)^{1/T}$. Очікуваний виграш продавця отримується підстановкою цієї ціни в $W(p)$.

На рис. 4 порівняні очікувані доходи продавця при оптимальній фіксованій ціні (штрих-пунктирна лінія) і при динамічному регулюванні цін (суцільна лінія).

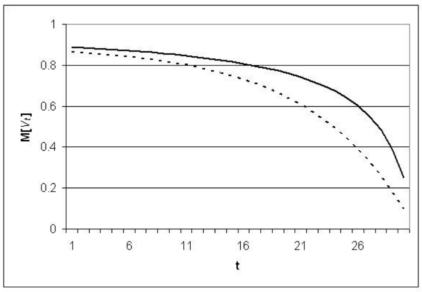

Рис. 4. - Порівняння очікуваного доходу при використанні фіксованих і гнучких цін

Як і можна було очікувати, при достатньо тривалому періоді реалізації виграш від застосування динамічного ціноутворення є порівняно незначним, але швидко зростає, коли до завершення строку реалізації продукції залишається обмаль часу. Згідно з розрахунками, у відносних одиницях виграш становить від 3% до 159%.

Зроблені припущення щодо структури попиту на продукцію продавця у сукупності з рішенням системи рівнянь створюють марковський процес для еволюції залишків нереалізованої продукції x_t, а отже і спостережуваних цін p_t. Ймовірності певних станів процесу x_t визначаються рекурсивними рівняннями

$$\begin{aligned} &\pi_t(x_t = x) = \pi_{t-1}(x_{t-1} = x)(1 - Q(p^*_{t-1}(x)) \\ &\quad + \pi_{t-1}(x_{t-1} = x+1)Q(p^*_{t-1}(x)) \ \forall x = 1, 2, \ldots; \\ &\pi_t(x_t = 0) = \pi_{t-1}(x_{t-1} = 0) \\ &\quad + \pi_{t-1}(x_{t-1} = 1)Q(p^*_{t-1}(1)), \end{aligned} \tag{13}$$

де початковий розподіл ймовірностей при $x_0 = X$ задається формулами

$$\pi_0(X) = 1; \pi_0(x) = 0 \ \forall x = 0, 1, \ldots, X-1. \tag{14}$$

Формули (13)–(14) надають можливість для кожного періоду часу визначити очікувані значення цін, обсягу реалізованої продукції та її залишків, доходу продавця, строку реалізації партії продукції і взагалі будь-якої чисельної характеристики випадкових процесів x_t, p_t та функцій від них.

Наведемо деякі цікаві властивості оптимальних цінових стратегій, отримані за допомогою чисельних експериментів для розглянутого вище випадку рівномірного розподілу резервованих цін споживачів на одиничному інтервалі.

На рис. 5 зображено умовне математичне очікування ціни продукції як функції від часу за умови, що партію продукції ще не було розпродано, тобто $M[p_t \mid x_t > 0]$. Як бачимо, на протязі досить тривалого періоду часу ціни продукції залишаються приблизно постійними. Стрімке зниження ціни продукції відбувається лише наприкінці терміну її реалізації, якщо партію продукції не вдалося розпродати достроково.

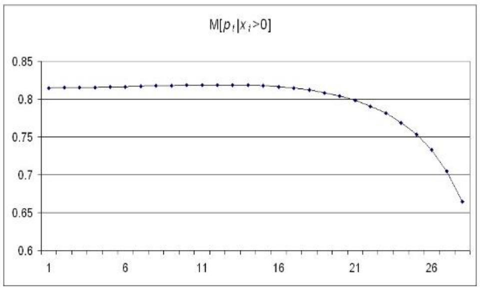

Рис. 5. - Умовне математичне очікування ціни реалізації продукції як функції від часу

На рис. 6 штрих-пунктирною лінією зображено очікуваний рівень залишків нереалізованої продукції як функції від часу, тобто $M[x_t]$. Як бачимо, результатом цінової політики, розрахованої на базі наведеної вище моделі, є постійна інтенсивність очікуваного збуту продукції.

Рис. 6 надає інтуїтивне пояснення механізму корегування цін в описаній моделі. Для цього на графік очікуваного рівня залишків x_t накладено окрему реалізацію цього процесу, отриману в наведеному вище на рис. 2 імітаційному експерименті.

Вертикальними лініями відзначено ті періоди часу, коли ціни в імітаційному експерименті перевищували їх очікуваний рівень (зображений на рис. 5).

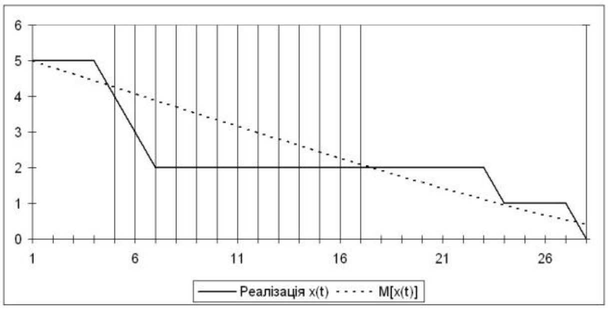

Рис. 6. - Очікуваний рівень і окрема реалізація випадкового процесу x_t.

Вони збігаються з тими періодами часу, коли залишки нереалізованої продукції в експерименті були нижче очікуваного рівня (штрих-пунктирна лінія на рис. 6). Якщо прийняти графік $M[x_t]$ за індикативний план збуту продукції, то роботу механізму зміни цін в моделі можна описати наступною евристикою. Якщо процес збуту продукції відбувається швидше, ніж заплановано, то ціна продукції підвищується. Якщо ж процес збуту гальмує порівняно з індикативним планом, то ціни знижуються. Це досить інтуїтивне правило може бути основою для алгоритму динамічного регулювання цін в тих випадках, коли брак інформації не дозволяє скористуватись наведеною вище моделлю.

Висновки. В роботі розроблено економіко-математичну модель динамічного регулювання цін при управлінні збутом дискретної продукції на фіксованому інтервалі часу. Вона дозволяє визначити оптимальну ціну продукції в кожному періоді часу в залежності від поточного рівня залишків непроданої продукції та часу до закінчення строку її реалізації. Проведені розрахунки свідчать про високу ефективність запропонованого механізму гнучкого регулювання цін порівняно зі стратегією фіксованих цін. На базі встановлених властивостей оптимальної цінової стратегії можна розробити досить прості евристичні механізми гнучкого регулювання цін.

Список літератури

1. Campagna D. S. Robinson-Patman Act. *Encyclopedia Britannica*. Available at https://www.britannica.com/topic/Robinson-Patman-Act (accessed 15.02.2022).
2. Kincaid W. M., Darling D. An inventory pricing problem. *Journal of Mathematical Analysis and Applications.* 1963. No. 7. P. 183–208.
3. Lazear D. P. Retail Pricing and Clearance Sales. *American Economics Review*. 1986. Vol. 76. P. 14–32.
4. Pashigian B. P. Demand uncertainty and sales: A study of fashion and markdown pricing. *American Economic Review*. 1988. Vol. 78, P. 936–953.
5. Pashigan B. P., Bowen B. Why Are Products Sold on Sale?: Explanations of Pricing Regularities. *The Quarterly Journal of Economics*. 1991. Vol. 106. P. 1014–1038.
6. Gallego G., van Ryzin G. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons. *Management Science*. 1994. Vol. 40. P. 999–1020.
7. Feng Y., Xiao B. Optimal policies of yield management with multiple predetermined prices. *Operation Research*. 2000. No. 48. P. 332–343.
8. Zhao W., Zheng Y. Optimal dynamic pricing for perishable assets with non homogeneous demand. *Management Science*. 2000. Vol. 46. P. 375–388.
9. Elmaghraby W., Keskinocak P. Dynamic Pricing in the Presence of Inventory Considerations: Research Overview, Current Practices, and Future Directions. *Management Science*. 2003. Vol. 49. P. 1287–1309.
10. Coase R. H. Durability and monopoly. *Journal of Law & Economics*. 1972. No. 15. P. 143–149.
11. Melnikov O. Demand for Differentiated Durable Products: the Case of the U.S. Computer Printer Market. *Economic Inquiry*. 2013. Vol. 51. P. 1277–1298.
12. Su X. Intertemporal pricing with strategic customer behavior. *Management Science*. 2007. Vol. 53. P. 726–741.
13. Levin, Y., McGill J, Nediak M. Dynamic pricing in the presence of strategic consumers and oligopolistic competition. *Management Science*. 2009. Vol. 55. P. 32–46.
14. Avramidis A. N. A pricing problem with unknown arrival rate and price sensitivity. *Mathematical Methods of Operations Research.* 2020. No. 92. P. 77–106.
15. Wang R. et al. Solving a Joint Pricing and Inventory Control Problem for Perishables via Deep Reinforcement Learning. *Complexity.* Vol. 2021. Article ID 6643131. 17 p.
16. Judd K. L. *Numerical Methods in Economics*. Cambridge, Massachusetts, and London, England, 1998. 633 p.

References (transliterated)

1. Campagna D. S. Robinson-Patman Act. *Encyclopedia Britannica*. Available at https://www.britannica.com/topic/Robinson-Patman-Act (accessed 15.02.2022).
2. Kincaid W. M., Darling D. An inventory pricing problem. *Journal of Mathematical Analysis and Applications.* 1963, 7, pp. 183–208.
3. Lazear D. P. Retail Pricing and Clearance Sales. *American Economics Review*. 1986, vol. 76, pp. 14–32.
4. Pashigian B. P. Demand uncertainty and sales: A study of fashion and markdown pricing. *American Economic Review*. 1988, vol. 78, pp. 936–953.
5. Pashigan B. P., Bowen B. Why Are Products Sold on Sale?: Explanations of Pricing Regularities. *The Quarterly Journal of Economics*. 1991, vol. 106, pp. 1014–1038.
6. Gallego G., van Ryzin G. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons. *Management Science*. 1994, vol. 40, pp. 999–1020.
7. Feng Y., Xiao B. Optimal policies of yield management with multiple predetermined prices. *Operation Research*. 2000, no. 48, pp. 332–343.
8. Zhao W., Zheng Y. Optimal dynamic pricing for perishable assets with non homogeneous demand. *Management Science*. 2000, vol. 46, pp. 375–388.
9. Elmaghraby W., Keskinocak P. Dynamic Pricing in the Presence of Inventory Considerations: Research Overview, Current Practices, and Future Directions. *Management Science*. 2003, vol. 49, pp. 1287–1309.
10. Coase R. H. 1972. Durability and monopoly. *Journal of Law & Economics*. 1972, no. 15, pp. 143–149.
11. Melnikov O. Demand for Differentiated Durable Products: the Case of the U.S. Computer Printer Market. *Economic Inquiry*. 2013, vol. 51, pp. 1277–1298.
12. Su X. Intertemporal pricing with strategic customer behavior. *Management Science*. 2007, vol. 53, pp. 726–741.
13. Levin, Y., McGill J, Nediak M. 2009. Dynamic pricing in the presence of strategic consumers and oligopolistic competition. *Management Science*. 2009, vol. 55, pp. 32–46.
14. Avramidis A. N. A pricing problem with unknown arrival rate and price sensitivity. *Mathematical Methods of Operations Research.* 2020, no. 92, pp. 77–106.
15. Wang R. et al. Solving a Joint Pricing and Inventory Control Problem for Perishables via Deep Reinforcement Learning. *Complexity* Vol. 2021, Article ID 6643131, 17 p.
16. Judd K. L. *Numerical Methods in Economics*. 1998, Cambridge, Massachusetts, and London, England, 633 p.

Надійшла (received) 27.03.2022

Відомості про авторів / About the Authors

Мельников Олег Станіславович (***Melnikov Oleg Stanyslavovich***) – кандидат економічних наук, доцент, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", доцент кафедри маркетингу, Харків, Україна; ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-2409-4983, e-mail: osmelnikov@gmail.com.